

**Τράπεζα Θεμάτων (ΙΕΠ)
Μαθηματικά Γ' Λυκείου**

Εκφωνήσεις



46 Ασκήσεις

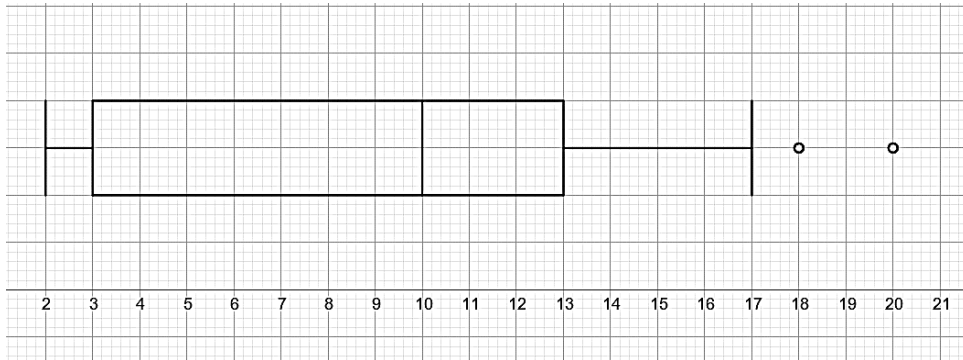
29-3-2023

Ασκησόπολις

Στέλιος Μιχαήλογλου

Στατιστική
2ο Θέμα

29015. Το παρακάτω θηκόγραμμα παρουσιάζει τους πόντους ενός παίκτη μιας ομάδας καλαθοσφαίρισης στα 15 τελευταία παιχνίδια της ομάδας του.

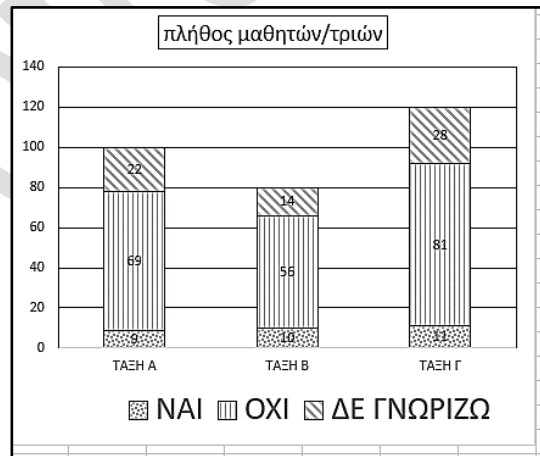


Με τη βοήθεια του θηκογράμματος να βρείτε:

- α) Το εύρος R των πόντων του παίκτη. (Μονάδες 6)
- β) Τα τεταρτημόρια Q_1 , Q_2 και Q_3 . (Μονάδες 9)
- γ) Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q. (Μονάδες 5)
- δ) Τις ακραίες τιμές. (Μονάδες 5)

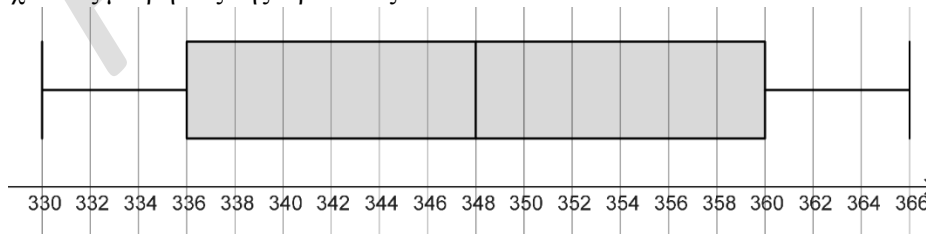
29014. Στα πλαίσια μιας έρευνας που διενεργήθηκε σε 300 μαθητές/μαθήτριες ενός Λυκείου σχετικά με την Κλιματική Αλλαγή τέθηκε η ερώτηση :

«Πιστεύετε ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες υπερβάλλουν;» Οι απαντήσεις των μαθητών/τριών του σχολείου αναπαριστώνται στο επόμενο στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:



- α) Ποιο ποσοστό των μαθητών που απάντησαν ΝΑΙ πηγαίνει στην Α' Λυκείου; (Μονάδες 8)
- β)
 - i. Πόσοι μαθητές του Λυκείου απάντησαν ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες υπερβάλλουν; Τι ποσοστό του συνόλου των μαθητών είναι; (Μονάδες 8)
 - ii. Τι ποσοστό από κάθε τάξη απάντησαν ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες δεν υπερβάλλουν; (Μονάδες 9)

32214. Η Χριστίνα πηγαίνει για τρέξιμο τουλάχιστον 5 φορές την εβδομάδα. Τις τελευταίες τέσσερις εβδομάδες μετρούσε κάθε φορά σε πόσα δευτερόλεπτα έτρεχε 1 χιλιόμετρο. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στις μετρήσεις της Χριστίνας.



- α) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε:
 - i. το εύρος R των μετρήσεων,
 - ii. τη διάμεσο δ των μετρήσεων,
 - iii. το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο των μετρήσεων, Q_1 και Q_3 αντίστοιχα,
 - iv. το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q των μετρήσεων. (Μονάδες 20)
- β) Ποιος είναι ο καλύτερος (μικρότερος) χρόνος που έκανε η Χριστίνα; (Μονάδες 5)

32212. Το παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων % αντιστοιχεί στους βαθμούς 50 μαθητών και μαθητριών της Β' τάξης ενός Λυκείου, στο μάθημα της Λογοτεχνίας για το Α' τετράμηνο.



α) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

(Μονάδες 10)

Κλάσεις με τους βαθμούς	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i %
[12,14)		
[14,16)		
[16,18)		
[18,20)		
Σύνολο		

β) Τι ποσοστό των μαθητών ή μαθητριών έχουν βαθμό:

i. 18 ή περισσότερο.

(Μονάδες 4)

ii. μικρότερο από 14.

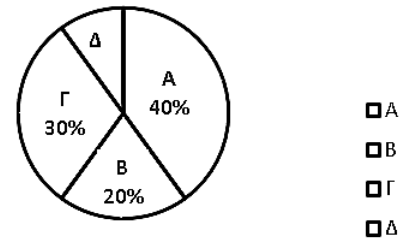
(Μονάδες 4)

iii. τουλάχιστον 14.

(Μονάδες 7)

32213. Στη σχολική εκδρομή ενός Δημοτικού Σχολείου πήγαν ορισμένα παιδιά από κάθε μια από τις τάξεις Α', Β', Γ' και Δ'. Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται αυτά τα παιδιά ανά τάξη, ως ποσοστό επί του συνόλου των παιδιών που πήγαν στην εκδρομή.

Κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων %



α) Με τη βοήθεια του κυκλικού διαγράμματος να απαντήσετε στο εξής: Από ποια τάξη, από τις Α', Β', Γ' ή Δ' ήταν τα περισσότερα στην εκδρομή και από ποια τα λιγότερα;

(Μονάδες 8)

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων.

(Μονάδες 10)

γ) Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων %.

(Μονάδες 7)

Τάξη	Σχετική συχνότητα f_i %
A	
B	
Γ	
Δ	
Σύνολο	

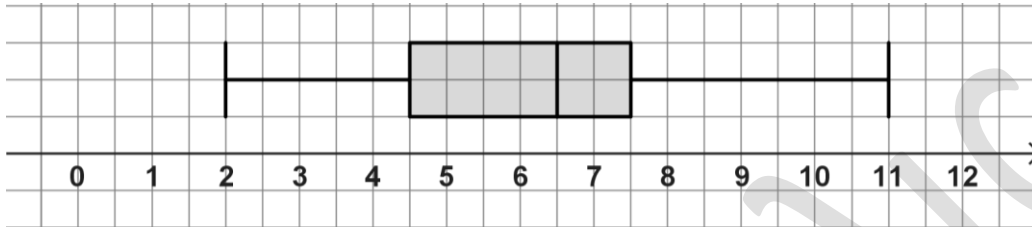
4ο Θέμα

32218. Δίνονται οι παρακάτω είκοσι παρατηρήσεις: 4, 5, 6, 4, 5, 7, 2, 4, 8, 11, 6, 7, 7, 4, 5, 7, 6, 10, 9, 9

α) Να υπολογίσετε:

- i.** την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή, (Μονάδες 4)
- ii.** τη διάμεσο δ , (Μονάδες 4)
- iii.** τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3 . (Μονάδες 4)

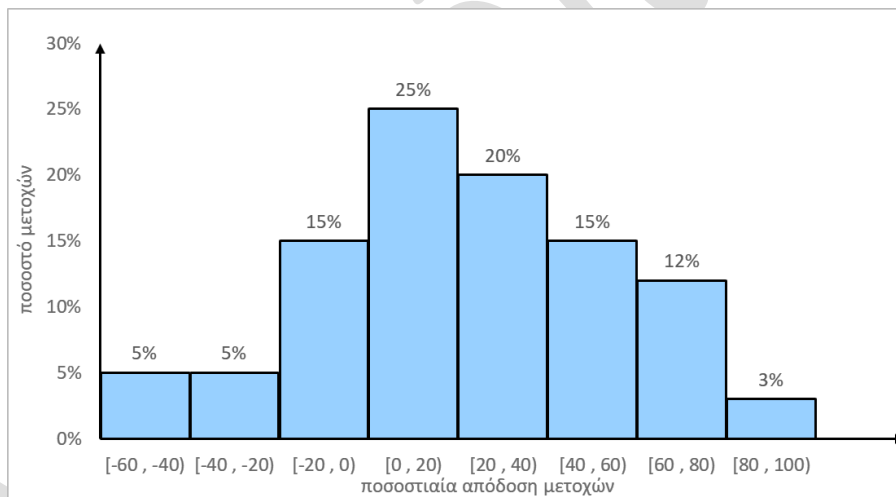
β) Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στα παραπάνω δεδομένα. Ωστόσο έχει ένα λάθος. Μπορείτε να το εντοπίσετε;



(Μονάδες 8)

γ) Να κάνετε αλλαγή σε μία μόνο από τις παραπάνω παρατηρήσεις, έτσι ώστε στο νέο σύνολο είκοσι παρατηρήσεων που θα προκύψει, να αντιστοιχεί το θηκόγραμμα του β) ερωτήματος. (Μονάδες 5)

32877. Το παρακάτω ιστόγραμμα δείχνει την κατανομή των ποσοστιαίων ετήσιων αποδόσεων, όλων των μετοχών που είναι εισηγμένες σε ένα Χρηματιστήριο. Για παράδειγμα, η απόδοση για μια μετοχή -20 σημαίνει μείωση της τιμής της κατά 20%, ενώ η απόδοση 20 σημαίνει αύξηση της τιμής της κατά 20%.



α) Μεταξύ ποιων τιμών είναι η μικρότερη ποσοστιαία ετήσια απόδοση και μεταξύ ποιων τιμών είναι η μεγαλύτερη; (Μονάδες 7)

β) Επιλέγουμε τυχαία μία μετοχή. Να βρείτε τις πιθανότητες για αυτή τη μετοχή:

- i.** η τιμή της να αυξήθηκε, αλλά η ποσοστιαία αύξηση είναι μικρότερη από 20%,
- ii.** η τιμή της να μειώθηκε,
- iii.** η τιμή της να μεταβλήθηκε το πολύ κατά 20%. (Μονάδες 18)

35530. Θέλοντας να διερευνήσουμε τη σχέση μεταξύ φύλου (άνδρας, γυναίκα) και καπνίσματος (μη καπνιστής, καπνιστής) για άτομα ηλικίας ανω των 15 ετών, διεξήχθη μια νελλαδική έρευνα και συλλέχθηκε ένα δείγμα 1000 ατόμων. Τα δεδομένα οργανώθηκαν στον παρακάτω πίνακα συνάφειας :

		Κάπνισμα		
		Ναι	Όχι	Σύνολο
Φύλο	Ανδρες	260	160	
	Γυναίκες	280	300	
	Σύνολο			

α) Να συμπληρώσετε τα κενά κελιά του παραπάνω και να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα το στοιβαγμένο ραβδόγραμμα των συχνοτήτων του πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 9)

β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων ως προς το φύλο και το αντίστοιχο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμά του.

(Μονάδες 9)

γ) Με βάση τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας φαίνεται να υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ φύλου και καπνίσματος;

(Μονάδες 7)



Μέτρα θέσης και διασποράς

2ο Θέμα

27314. Δίνεται η παρακάτω λίστα δεδομένων: 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 2, 1

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2$,

(Μονάδες 5)

ii. η διάμεσος είναι $\delta = 2$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε:

i. τη διακύμανση,

(Μονάδες 5)

ii. την τυπική απόκλιση,

(Μονάδες 5)

iii. τον συντελεστή μεταβλητότητας.

(Μονάδες 5)

30224. Οι βαθμοί μιας μαθήτριας της Γ' λυκείου στα διαγωνίσματα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια του έτους ήταν : 12, 14, 15, 16, 20, 17, 12, 14.

α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή των βαθμών της.

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογιστεί η διάμεσος των βαθμών της.

(Μονάδες 4)

γ) Να δειχτεί ότι η διακύμανση είναι ίση με $\frac{25}{4}$.

(Μονάδες 8)

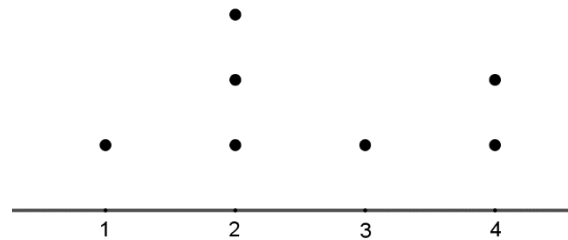
δ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας.

(Μονάδες 5)

31507. Στο επόμενο σημειόγραμμα φαίνονται τα γκολ που σημείωσε η εθνική ομάδα της Αργεντινής στο Μουντιάλ του Κατάρ το 2022 στα επτά συνολικά παιχνίδια που χρειάστηκε να αγωνισθεί μέχρι να κατακτήσει το παγκόσμιο κύπελλο.

α) Με βάση το σημειόγραμμα να καταγράψετε τον αριθμό των γκολ σε κάθε αγώνα.

(Μονάδες 5)



β) Να υπολογίσετε για τα γκολ που σημείωσε η ομάδα στα 7 αυτά παιχνίδια:

i. Τη μέση τιμή.

(Μονάδες 5)

ii. Το εύρος.

(Μονάδες 5)

iii. Την επικρατούσα τιμή.

(Μονάδες 5)

iv. Την διάμεσο.

(Μονάδες 5)

4ο Θέμα

27339. Ένας δρομέας μεγάλων αποστάσεων, κατέγραψε τα χιλιόμετρα που έτρεξε σε καθεμία από τις 20 ημέρες προπόνησης ενός μήνα και σχημάτισε τον παρακάτω πίνακα:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	20
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

α) Να βρείτε:

iii. τη μέση τιμή,

(Μονάδες 7)

iv. τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο.

(Μονάδες 6)

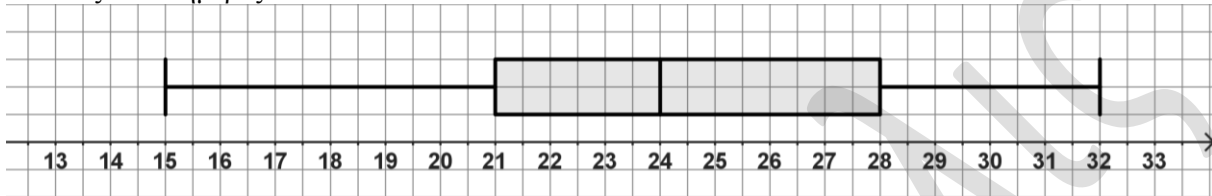
β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν ακραίες τιμές. (Μονάδες 6)

γ) Ο δρομέας τον επόμενο μήνα διατήρησε το ίδιο πρόγραμμα προπόνησης, εκτός από την μέγιστη απόσταση την οποία αύξησε σε 28 χιλιόμετρα όπως φαίνεται παρακάτω:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	28
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

Ποια από τα μέτρα θέσης του α) ερωτήματος μεταβάλλονται και ποια όχι; Θα υπάρχουν τώρα ακραίες τιμές; (Μονάδες 6)

32217. Ο Κώστας εργάζεται στο τηλεφωνικό κέντρο εταιρείας πληροφορικής εξυπηρετώντας τηλεφωνικά τους πελάτες. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στους πελάτες ανά ημέρα που εξυπηρέτησε ο Κώστας σε 20 ημέρες.



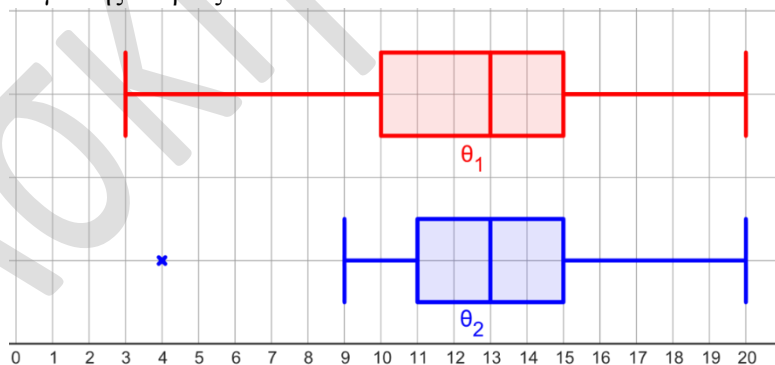
α) Ποιος ήταν ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός πελατών ανά ημέρα που εξυπηρέτησε ο Κώστας αυτές τις 20 ημέρες; (Μονάδες 8)

β) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε τα τεταρτημόρια Q_1 , Q_3 και τη διάμεσο δ . (Μονάδες 9)

γ) Ο Κώστας θέλει να καταγράψει τις 10 πιο «απασχολημένες» ημέρες του με κριτήριο τον αριθμό των πελατών που εξυπηρέτησε κάθε ημέρα.

Μια ημέρα εξυπηρέτησε 23 πελάτες και μια άλλη ημέρα εξυπηρέτησε 25 πελάτες. Ποια ή ποιες από αυτές τις δύο ημέρες ανήκουν στις 10 πιο απασχολημένες του; (Μονάδες 8)

34605. Η Μαρία και οι συμμαθητές της συμμετείχαν σε έναν διαγωνισμό στη Στατιστική. Η βαθμολογία της Μαρίας αρχικά καταχωρήθηκε ως 3 πριν διορθωθεί με τη σωστή βαθμολογία που ήταν 13. Τα παρακάτω θηκογράμματα θ_1 και θ_2 παρουσιάζουν τις βαθμολογίες των παιδιών, πριν και μετά τη διόρθωση στη βαθμολογία της Μαρίας.



α) Ποια από τα δύο θηκογράμματα θ_1 και θ_2 :

i. έχει ακραία τιμή; (Μονάδες 3)

ii. περιέχει τη σωστή βαθμολογία της Μαρίας; (Μονάδες 4)

β) Να συγκρίνετε τις δύο βαθμολογίες, πριν και μετά τη διόρθωση, ως προς:

i. τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο, (Μονάδες 6)

ii. το εύρος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος, (Μονάδες 6)

iii. τη μέση τιμή. (Μονάδες 6)

Κανονική κατανομή

4ο Θέμα

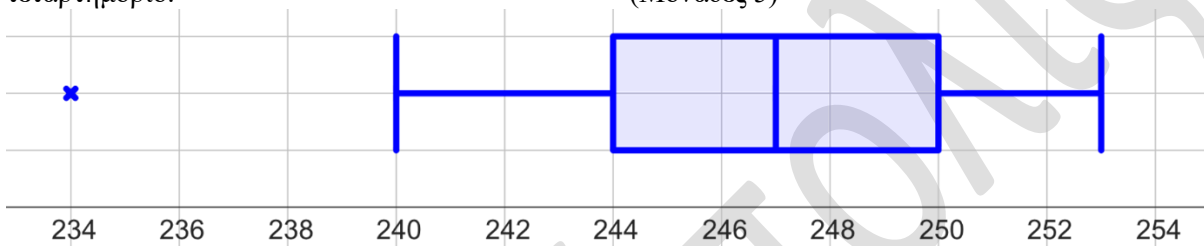
32893. Μια εταιρεία τροφίμων χρησιμοποιεί ένα αυτόματο μηχάνημα για να συσκευάσει βρώσιμες ελιές σε δοχεία 250 γραμμαρίων (αναγραφόμενη ετικέτα). Παρακάτω δίνεται το καθαρό βάρος από ένα τυχαίο δείγμα 15 τέτοιων δοχείων.

245	245	250	247	250	245	250	250	245	249	245	242	247	250	245
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

α) Για το παραπάνω δείγμα:

- i. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή. (Μονάδες 3)
- ii. Να βρείτε τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. (Μονάδες 6)
- iii. Να κατασκευάσετε το θηκόγραμμα. (Μονάδες 8)

β) Μια μικρή οικογενειακή επιχείρηση συσκευάζει το ίδιο προϊόν σε δοχεία 250 γραμμαρίων, με το χέρι. Επιλέχθηκε τυχαίο δείγμα 15 δοχείων και το καθαρό βάρος των δοχείων αυτών, παριστάνεται με το παρακάτω θηκόγραμμα. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή, τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. (Μονάδες 5)



γ) Συγκρίνοντας τις απαντήσεις σας, στα ερωτήματα α) και β), ποιος πιστεύετε ότι είναι ο πιο ακριβής τρόπος πλήρωσης των δοχείων, με αυτόματο μηχάνημα ή με το χέρι; (Μονάδες 5)

27331. Για την εισαγωγή σε μία σχολή, μία γυναίκα ή ένας άνδρας είναι επιλέξιμοι αν το ύψος τους σε cm, είναι τουλάχιστον 170. Η κατανομή του ύψους των γυναικών είναι κανονική με μέση τιμή 163 και τυπική απόκλιση 7 και η κατανομή του ύψους των ανδρών είναι κανονική με μέση τιμή 170. Επιλέγουμε τυχαία μία γυναίκα και έναν άνδρα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η πιθανότητα ώστε μία γυναίκα να είναι επιλέξιμη, είναι 0,16, (Μονάδες 9)
- ii. η πιθανότητα ώστε ένας άνδρας να είναι επιλέξιμος, είναι 0,5. (Μονάδες 9)

β) Αν για τους άνδρες παραμείνει η απαίτηση του ελάχιστου ύψους στο 170, πόσο θα πρέπει να γίνει η απαίτηση του ελάχιστου ύψους για τις γυναίκες, ώστε για μια γυναίκα να είναι εξίσου πιθανό να είναι επιλέξιμη όσο για έναν άνδρα. (Μονάδες 7)

Γραμμική Συσχέτιση – Παλινδρόμηση

4ο Θέμα

28796. Δίνεται το διπλανό διάγραμμα διασποράς δύο ποσοτικών μεταβλητών X και Y .

Η μεταβλητή X παριστάνει το βάθος μέσα στην άμμο σε εκατοστά στο οποίο αλιεύθηκε ένα μύδι, και η μεταβλητή Y παριστάνει το βάρος σε γραμμάρια του μυδιού.

α) Με βάση το παραπάνω διάγραμμα να επιλέξετε ποιος μπορεί να είναι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των μεταβλητών X και Y από αυτούς που δίνονται παρακάτω.

i. $r_1 = -1$, **ii.** $r_2 = -0,7$ **iii.** $r_3 = 0,9$, **iv.** $r_4 = 1$.

Να δικαιολογήσετε λεκτικά την απάντησή σας.

(Μονάδες 11)

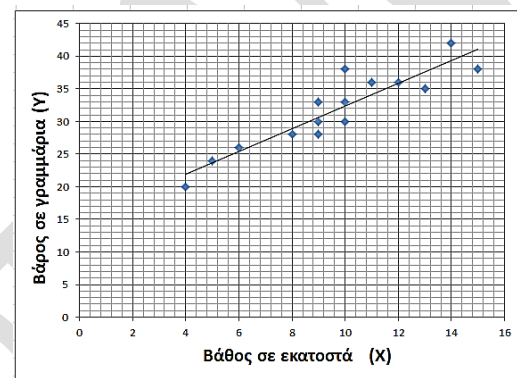
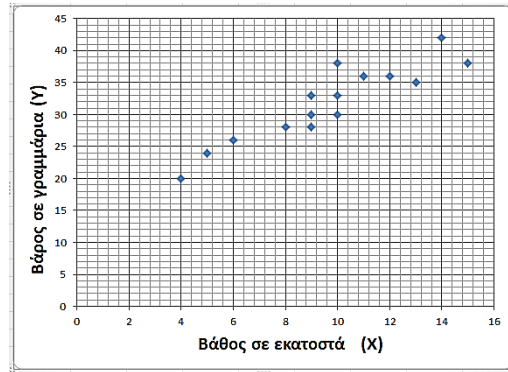
β) Ένας μαθητής σχεδίασε την διπλανή ευθεία προσαρμοσμένη στα δεδομένα «με το μάτι». Με βάση αυτή την ευθεία να εκτιμήσετε:

i. Ποιο είναι το αναμενόμενο βάρος του μυδιού σε βάθος 6 εκατοστά;

(Μονάδες 7)

ii. Σε τι βάθος προσδοκούμε να βρούμε ένα μύδι με αναμενόμενο βάρος 36 γραμμάρια;

(Μονάδες 7)



32880. Στον παρακάτω πίνακα η μεταβλητή Y ,

παριστάνει την πρωινή συστολική αρτηριακή πίεση (σε mmHg) ενός ατόμου και η μεταβλητή X , παριστάνει την αντίστοιχη εσωτερική θερμοκρασία του περιβάλλοντος (σε $^{\circ}\text{C}$).

Θερμοκρασία X	5	8	10	12	15	16	17	20	22	23
Συστολική Πίεση Y	127	135	125	130	118	132	125	131	132	123

α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς των μεταβλητών X και Y . (Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε την ευθεία που νομίζετε ότι προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα. (Μονάδες 7)

γ) Δίνεται ότι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των X και Y είναι $r = -0,1$.

i. Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των X και Y . (Μονάδες 5)

ii. Να ερμηνεύσετε τη συσχέτιση της συστολικής αρτηριακής πίεσης με την αντίστοιχη θερμοκρασία του περιβάλλοντος. (Μονάδες 5)

32885. Ένας γεωπόνος, κατά την καλλιέργεια ενός είδους ντομάτας σε ένα συγκεκριμένο τύπο εδάφους, χρησιμοποίησε διαφορετικές ποσότητες ενός λιπάσματος (σε γραμμάρια ανά φυτό). Κατά τη συγκομιδή κατέγραψε τα αντίστοιχα βάρη των καρπών της ντομάτας (σε γραμμάρια) τα οποία δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

λίπασμα (γρ.)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
ντομάτα (γρ.)	110	150	150	160	180	230	230	245	245	250

α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς μεταξύ της ποσότητας λιπάσματος ανά φυτό και του βάρους της ντομάτας. (Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε την ευθεία που νομίζετε ότι προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα. (Μονάδες 7)

γ) Να εκτιμήσετε την ποσότητα λιπάσματος ανά φυτό που απαιτείται, για την παραγωγή ντομάτας με αναμενόμενο βάρος 200 γραμμάρια. (Μονάδες 6)

δ) Εξηγήστε γιατί η ευθεία του ερωτήματος (β) δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του αναμενόμενου βάρους ντομάτας, στην οποία θα χρησιμοποιηθεί 70 γραμμάρια λίπασμα. (Μονάδες 4)

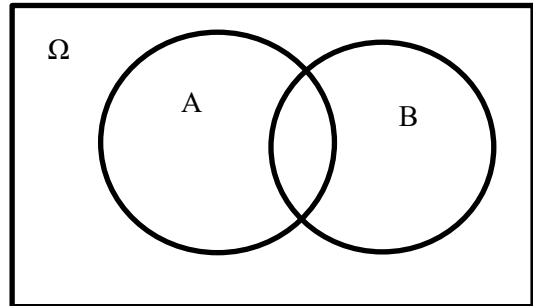
Πιθανότητες

2ο Θέμα

27186. Από τις 80 μαθήτριες, που είναι παρούσες σήμερα στο σχολείο, πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών έχουν 60. Από τις 60 μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών, οι 15 έχουν επιπλέον και πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών. Επιλέγουμε τυχαία μία μαθήτρια από τις 80.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα η μαθήτρια που επιλέξαμε να έχει πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών. (Μονάδες 8)

β) Στο διπλανό διάγραμμα Venn, το Ω περιέχει τις 80 μαθήτριες, το A περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών και το B περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών.



i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το διάγραμμα Venn. Στη συνέχεια να χρωματίσετε με το στυλό σας το μέρος του διαγράμματος Venn που περιέχει τις μαθήτριες, οι οποίες έχουν και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών. (Μονάδες 8)

ii. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου “η μαθήτρια που επιλέξαμε έχει και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών”. (Μονάδες 9)

27187. Από τους 100 μαθητές, που είναι παρόντες σήμερα στο σχολείο, μπλε στυλό έχουν 87. Από αυτούς, 17 μαθητές έχουν και μπλε και μαύρο στυλό. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή από τους 100.

α) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε στυλό είναι ίση με 0,87. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και μαύρο στυλό, είναι ίση με 0,17. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και να μην έχει μαύρο στυλό. (Μονάδες 8)

27312. Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο κέρμα τρεις φορές και καταγράφουμε το αποτέλεσμα.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε έναν δειγματικό χώρο και το ενδεχόμενο A: «Το αποτέλεσμα των τριών ρίψεων είναι τουλάχιστον δύο φορές κεφαλή». (Μονάδες 8)

β) Να γράψετε το συμπληρωματικό ενδεχόμενο A' του A. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και A' . (Μονάδες 8)

27313. Ο Κώστας και ο Νίκος έχουν ο καθένας ένα συνηθισμένο ζάρι και παίζουν το εξής παιχνίδι: Ρίχνει ο καθένας το δικό του ζάρι και καταγράφουν το αποτέλεσμα. Αν και οι δύο αριθμοί που φέρνουν ο Κώστας και ο Νίκος, είναι μεγαλύτεροι από το 2, τότε κερδίζει ο Κώστας. Διαφορετικά κερδίζει ο Νίκος.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε τον δειγματικό χώρο, όπου για παράδειγμα, το αποτέλεσμα (2, 5) να σημαίνει ότι ο Κώστας έφερε 2 και ο Νίκος 5. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες:

i. να κερδίσει ο Κώστας, (Μονάδες 9)

ii. να κερδίσει ο Νίκος. (Μονάδες 9)

27316. Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή αποτελείται από 13 φύλλα: τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, τις φιγούρες βαλέ (J), ντάμα (Q), ρήγα (K) και τον άσο (A). Η Άννα τράβηξε τυχαία ένα φύλλο από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα. Έστω τα ενδεχόμενα

A: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι αριθμός»

και M: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι μπαστούνι».

α) Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα $A \cap M$ και $A \cup M$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

iv. A, M και $A \cap M$, (Μονάδες 12)

v. $A \cup M$. (Μονάδες 5)

27449. Η Μαρία υιοθέτησε μία γατούλα που ερχόταν συνέχεια στην αυλή του σπιτιού της και την ονόμασε Μελιώ. Μετά από δύο εβδομάδες που την είχε στο σπίτι διαπίστωσε ότι η Μελιώ είναι έγκυος. Την πήγε στον κτηνίατρο μαζί με τη μητέρα της και ο κτηνίατρος τους είπε ότι η Μελιώ θα γεννήσει 4 γατάκια.

α) Να γράψετε χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα ένα δειγματικό χώρο για τις δυνατές περιπτώσεις του φύλου των τεσσάρων γατιών με τη σειρά γέννησής τους. (Μονάδες 09)

β) Μία φίλη της Μαρίας υποσχέθηκε ότι αφού γεννηθούν και απογαλακτιστούν τα γατάκια από τη μαμά τους, θα υιοθετήσει τα τρία πρώτα γατάκια που θα γεννηθούν, αν είναι ίδιου φύλου. Ένας γείτονας της Μαρίας υποσχέθηκε να υιοθετήσει το 4^ο γατάκι αν είναι θηλυκό, γιατί έχει ήδη μία θηλυκή γατούλα στο σπίτι του.

i. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων του το ενδεχόμενο

A: «Τα τρία πρώτα γατάκια είναι ίδιου φύλου και το τέταρτο γατάκι είναι θηλυκό». (Μονάδες 08)

ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «Υιοθετούνται και τα τέσσερα γατάκια».

(Μονάδες 08)

27450. Ρωτήθηκαν 100 άτομα για το μέσο ή τα μέσα μεταφοράς που χρησιμοποίησαν στις διακοπές τους το περσινό καλοκαίρι. Στο παρακάτω διάγραμμα Venn, το A έχει ως στοιχεία τα άτομα που χρησιμοποίησαν πλοίο και το B εκείνους που χρησιμοποίησαν αεροπλάνο. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο από τα παραπάνω.

α) Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα των συνόλων (τομή, ένωση κτλ.) να εκφράσετε τα ενδεχόμενα το άτομο που επιλέγουμε:

i. Χρησιμοποίησε πλοίο και αεροπλάνο.

ii. Χρησιμοποίησε μόνο αεροπλάνο. (Μονάδες 08)

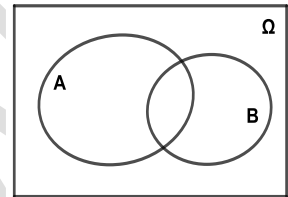
β) Από τα 100 άτομα που ρωτήθηκαν, 75 άτομα απάντησαν ότι ταξίδεψαν με πλοίο, 35 άτομα ότι ταξίδεψαν με αεροπλάνο και 20 άτομα ταξίδεψαν και με τα δύο μεταφορικά μέσα. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

E₁: «Το άτομο που επιλέγουμε χρησιμοποίησε ένα τουλάχιστον από τα δύο μέσα».

(Μονάδες 08)

E₂: «Το άτομο που επιλέγουμε να έχει ταξιδέψει μόνο με αεροπλάνο».

(Μονάδες 09)



28853. Εστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και A, B δύο ενδεχόμενά του.

α) Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα των συνόλων (τομή, ένωση κτλ.), να εκφράσετε τα ενδεχόμενα:

i. Πραγματοποιείται το A και το B.

ii. Πραγματοποιείται το B αλλά όχι το A.

Μπορείτε αν θέλετε να απαντήσετε χρησιμοποιώντας το παρακάτω διάγραμμα Venn, σκιάζοντας κάθε φορά το μέρος εκείνο που αναφέρεται στο ζητούμενο ενδεχόμενο.

(Μονάδες 10)

β) Θεωρούμε το πείραμα τύχης: «Ρίψη ενός νομίσματος δύο φορές» με δειγματικό χώρο $\Omega = \{KK, KG, GK, GG\}$ και τα ενδεχόμενα A και B που ορίζονται ως εξής:

A: «Στη 1^η ρίψη φέρουμε κεφαλή (K)»,

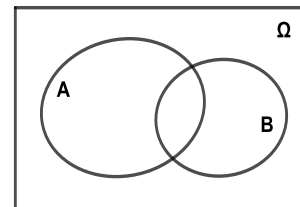
B: «Φέρουμε διαφορετική ένδειξη και στις 2 ρίψεις».

i. Να γράψετε τα στοιχεία των ενδεχομένων A και B.

(Μονάδες 05)

ii. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων του ερωτήματος α).

(Μονάδες 10)



29952. Σε ένα σχολείο φοιτούν 120 μαθητές στη Γ Λυκείου και όλοι προετοιμάζονται να διαγωνιστούν στα τέσσερα μαθήματα προσανατολισμού για την εισαγωγή τους στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Κάποιοι από τους μαθητές αυτούς, επιλέγουν να διαγωνιστούν και σε αθλήματα ή Αγγλικά. Συγκεκριμένα, 40 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και σε αθλήματα, 15 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και στα Αγγλικά, ενώ 10 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και σε αθλήματα και στα Αγγλικά. Αν επιλέξουμε τυχαία έναν από τους 120 μαθητές και θεωρήσουμε τα ενδεχόμενα

A : «ο μαθητής επιλέγει να διαγωνιστεί και στα αθλήματα» και

Γ : «ο μαθητής επιλέγει να διαγωνιστεί και στα Αγγλικά»

α) Να πείτε πότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο $A \cup \Gamma$ και να βρείτε την πιθανότητα του.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής διαγωνίζεται μόνο στα τέσσερα μαθήματα προσανατολισμού».

(Μονάδες 12)

31508. Από σχετική μελέτη γνωρίζουμε ότι το 50% των εργαζομένων μιας πόλης για την μετάβασή τους στην εργασία τους χρησιμοποιούν κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς, το 40% χρησιμοποιούν κάποιο ιδιωτικό μέσο μεταφοράς και 15% χρησιμοποιούν και κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς και ιδιωτικό μέσο μεταφοράς.

Επιλέγουμε τυχαία έναν εργαζόμενο αυτής της πόλης. Να υπολογίσετε την πιθανότητα να μεταβαίνει στην εργασία του :

- α) Με κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς ή με ιδιωτικό μέσο μεταφοράς. (Μονάδες 13)
 β) Να μην χρησιμοποιεί μέσο μαζικής ούτε ιδιωτικό μέσο μεταφοράς. (Μονάδες 12)

4ο Θέμα

Αξιωματικός και κλασικός Ορισμός Πιθανότητας

27323. Θεωρούμε το πείραμα τύχης «ρίψη ενός μεροληπτικού ζαριού» με δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Δίνεται ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1» είναι

$P(\{1\}) = \frac{1}{2}$ και ότι τα ενδεχόμενα $\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$ και $\{6\}$ είναι ισοπίθανα.

- α) Να αποδείξετε ότι $P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{10}$. (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

vi. A: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1 ή 5» (Μονάδες 6)

vii. B: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος αριθμός». (Μονάδες 6)

γ) Έστω ένα δεύτερο πείραμα τύχης «ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού» με τον ίδιο δειγματικό χώρο

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ του οποίου όλα τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα.

Να βρείτε για το δεύτερο πείραμα τύχης τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B του ερωτήματος β) και να τις συγκρίνετε μεταξύ τους. (Μονάδες 7)

Κλασικός Ορισμός Πιθανότητας

27129. Σε ένα σχολείο στη Γ' Λυκείου φοιτούν 100 μαθητές. Στην τάξη αυτή δεν υπάρχουν αδέρφια, οπότε οι 100 μαθητές αντιστοιχούν σε 100 διαφορετικές οικογένειες.

Ρωτήσαμε τους 100 μαθητές το πλήθος των παιδιών της οικογένειάς τους. Από τις απαντήσεις τους προέκυψε ότι οι οικογένειες των μαθητών έχουν το πολύ τέσσερα παιδιά. Συγκεκριμένα, οι 56 οικογένειες έχουν δύο παιδιά, 20 οικογένειες έχουν τρία παιδιά, 8 οικογένειες έχουν τέσσερα παιδιά και οι υπόλοιπες έχουν ένα παιδί.

α) Αν επιλέξουμε στην τύχη μια από τις παραπάνω οικογένειες των μαθητών, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου :

i. «Η οικογένεια του μαθητή έχει τέσσερα παιδιά». (Μονάδες 5)

ii. «Η οικογένεια του μαθητή έχει λιγότερα από τρία παιδιά». (Μονάδες 5)

β) Στην γιορτή αποφοίτησης συμμετείχαν όλοι οι μαθητές της Γ' Λυκείου με τις οικογένειές τους. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα από τα παρευρισκόμενα παιδιά, ποια είναι η πιθανότητα η οικογένειά του να έχει τέσσερα παιδιά; (Μονάδες 8)

γ) Να συγκρίνετε τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα α)i. και β) και στην περίπτωση που είναι διαφορετικές να δικαιολογήσετε γιατί συμβαίνει αυτό. (Μονάδες 7)

27130. Θεωρούμε τις οικογένειες που είναι δυνατό να σχηματιστούν με τρία παιδιά. Εξετάζουμε τα παιδιά των οικογενειών αυτών ως προς το φύλο και τη σειρά γέννησής τους. Για παράδειγμα η τριάδα (α, κ, α) αντιστοιχεί σε οικογένεια με πρώτο παιδί αγόρι, δεύτερο παιδί κορίτσι και τρίτο παιδί αγόρι.

α) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα :

A: «Το πρώτο παιδί της οικογένειας είναι κορίτσι».

B: «Και τα τρία παιδιά είναι ίδιου φύλου».

Γ: «Το φύλο του δεύτερου παιδιού είναι διαφορετικό από το φύλο του πρώτου και του τρίτου παιδιού».

(Μονάδες 9)

β) Αν μία οικογένεια αποκτήσει τρία παιδιά :

- i. Ποια είναι η πιθανότητα το πρώτο παιδί της οικογένειας να είναι κορίτσι; (Μονάδες 5)
- ii. Ποια είναι η πιθανότητα και τα τρία παιδιά της οικογένειας να είναι ίδιου φύλου; (Μονάδες 5)
- iii. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το ενδεχόμενο Γ έχει ίδια πιθανότητα να συμβεί με το ενδεχόμενο να φέρει κάποιος 2 φορές κεφαλή αν στρίψει δυο φορές ένα αμερόληπτο κέρμα. Συμφωνείτε με την άποψή του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

27349. Σ' ένα διαγώνισμα δύο ερωτήσεις είναι πολλαπλής επιλογής, με τέσσερις δυνατές απαντήσεις η καθεμία τις α, β, γ και δ. Η σωστή απάντηση στην πρώτη ερώτηση είναι η α και στη δεύτερη η δ. Ένας μαθητής επιλέγει τυχαία την απάντηση για καθεμία από τις δύο ερωτήσεις.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης, να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο που να περιέχει όλες τις δυνατές απαντήσεις στις δύο ερωτήσεις. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

- i. ο μαθητής απάντησε σωστά στην πρώτη ερώτηση, (Μονάδες 5)
- ii. ο μαθητής απάντησε σωστά στη δεύτερη ερώτηση, (Μονάδες 5)
- iii. ο μαθητής απάντησε σωστά και στις δύο ερωτήσεις, (Μονάδες 5)
- iv. ο μαθητής δεν απάντησε σωστά σε καμία από τις δύο ερωτήσεις. (Μονάδες 5)

27454. Ένα μη αμερόληπτο ζάρι με δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ είναι φτιαγμένο έτσι, ώστε η πιθανότητα του απλού ενδεχομένου $\{6\}$ να είναι ίση με $\frac{1}{3}$. Για τις άλλες 5 έδρες του ισχύουν τα εξής:

Τα απλά ενδεχόμενα $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$ είναι ισοπίθανα και η πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{1, 3, 5\}$ είναι ίση με $\frac{1}{6}$. Τα απλά ενδεχόμενα $\{2\}$ και $\{4\}$ είναι επίσης ισοπίθανα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $P(\{1\}) = P(\{3\}) = P(\{5\}) = \frac{1}{18}$ ii. $P(\{2\}) = P(\{4\}) = \frac{1}{4}$ (Μονάδες 10)

β) Σε μία τυχαία ρίψη του ζαριού, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

- i. A: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος»
- ii. B: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 3 ή 4» (Μονάδες 10)

γ) Αν το ζάρι είναι αμερόληπτο με δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου B του ερωτήματος β) ii. και να συγκρίνετε τα δύο αποτελέσματα. (Μονάδες 05)

28856. Σ' ένα εκπτωτικό κατάστημα, ένας πελάτης θέλει να αγοράσει ένα πουκάμισο και ένα μπουφάν. Τα διαθέσιμα μεγέθη και για τα δύο είδη είναι μικρό (s), μεσαίο (m), και μεγάλο (L). Τα σωστά μεγέθη που φοράει ο πελάτης, για το πουκάμισο είναι μεσαίο (m), ενώ για το μπουφάν, είναι μεγάλο (L). Ο πελάτης επιλέγει τυχαία ένα πουκάμισο και ένα μπουφάν χωρίς να κοιτάζει τα μεγέθη τους.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης, να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο που να περιέχει όλες τις δυνατές επιλογές για το μέγεθος των δύο ειδών (πουκάμισο και μπουφάν) που επιλέγει ο πελάτης. (Μονάδες 05)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

- i. Ο πελάτης επέλεξε το σωστό μέγεθος για το πουκάμισο. (Μονάδες 05)
- ii. Ο πελάτης επέλεξε το σωστό μέγεθος για το μπουφάν. (Μονάδες 05)
- iii. Ο πελάτης επέλεξε το σωστό μέγεθος για ένα τουλάχιστον από τα δύο είδη. (Μονάδες 05)
- iv. Ο πελάτης δεν επέλεξε το σωστό μέγεθος σε κανένα από τα δύο είδη. (Μονάδες 05)

29954. Σε ένα σχολείο φοιτούν 600 μαθητές. Οι γυμναστές του σχολείου ανά μήνα προσπαθούν να εξοικειώνουν τους μαθητές τους με διαφορετικές αθλητικές δραστηριότητες. Ο μήνας Φεβρουάριος είναι αφιερωμένος στη Γιόγκα και το Χορό. Κάθε μαθητής είναι υποχρεωμένος να επιλέξει τουλάχιστον μια από τις δραστηριότητες Χορό ή Γιόγκα. 420 μαθητές επέλεξαν το Φεβρουάριο να ασχοληθούν με Γιόγκα και 330 με Χορό.

Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή του σχολείου. Ονομάζουμε Γ το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει Γιόγκα» και Χ το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει Χορό».

α) i. Υπάρχουν μαθητές του σχολείου που διάλεξαν το Φεβρουάριο να ασχοληθούν και με τις δύο δραστηριότητες (Χορό και Γιόγκα); (Μονάδες 4)

- ii.** Είναι τα ενδεχόμενα Γ και X ασυμβίβαστα; (Μονάδες 3)
- β)** Τα ενδεχόμενα: «ο μαθητής επιλέγει μόνο Χορό» και «ο μαθητής επιλέγει μόνο Γιόγκα» είναι ασυμβίβαστα; (Μονάδες 4)
- γ) i.** Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής επιλέγει μόνο Γιόγκα» ισούται με $\frac{270}{600}$. (Μονάδες 7)
- ii.** Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής επιλέγει μόνο μια από τις προτεινόμενες αθλητικές δραστηριότητες του μήνα». (Μονάδες 7)

Ασκησίοπολις

Συνδυαστική

2ο Θέμα

29951. Ο διευθυντής του σχολείου έχει κανονίσει συνάντηση με τα 5-μελή συμβούλια των μαθητικών κοινοτήτων στη βιβλιοθήκη του σχολείου. Στη βιβλιοθήκη υπάρχουν 6 καρέκλες η μία δίπλα στην άλλη στις οποίες θα καθίσουν οι 5 μαθητές του συμβουλίου.

α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν οι μαθητές του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στη συνάντηση με το διευθυντή; (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την πιθανότητα στη συνάντηση του 5-μελούς με το διευθυντή ο πρόεδρος και ο γραμματέας να καθίσουν στις δύο ακραίες καρέκλες. (Μονάδες 13)

29953. Ο διευθυντής του σχολείου έχει κανονίσει συνάντηση με τα 5-μελή συμβούλια των μαθητικών κοινοτήτων στη βιβλιοθήκη του σχολείου. Στη βιβλιοθήκη υπάρχουν 5 καρέκλες η μία δίπλα στην άλλη, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουν οι μαθητές. Για να μη ρωτάει κάθε φορά ποιος από τους μαθητές έχει εκλεγεί πρόεδρος, ζήτησε να κάθεται στην πρώτη από αριστερά καρέκλα ο πρόεδρος και στις υπόλοιπες οι άλλοι μαθητές του 5-μελούς συμβουλίου.

α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν οι μαθητές του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στη συνάντηση με το διευθυντή; (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα η τοποθέτηση του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στις πέντε καρέκλες να είναι: «ο πρόεδρος στην πρώτη καρέκλα, τα δύο άλλα μέλη του προεδρείου (γραμματέας – ταμίας) στις δύο επόμενες από αριστερά καρέκλες, και στη συνέχεια στις δύο επόμενες θέσεις τα δύο μέλη του μαθητικού συμβουλίου». (Μονάδες 12)

29955. Ένα τμήμα της Α Λυκείου έχει εβδομαδιαίο πρόγραμμα μαθημάτων που αποτελείται από επτάωρα στις 5 εργάσιμες μέρες της εβδομάδας.

α) Αν πρόκειται να επιλέξουμε μια μέρα μιας συγκεκριμένης εβδομάδας και μια διδακτική ώρα για να γίνει η συνέλευση του τμήματος, πόσες είναι οι διαφορετικές δυνατές επιλογές; (Μονάδες 12)

β) Αν επιλέξουμε στην τύχη μια διδακτική ώρα για να γίνει η συνέλευση του τμήματος ποια είναι η πιθανότητα η συνέλευση να γίνει μια έβδομη διδακτική ώρα της συγκεκριμένης εβδομάδας; (Μονάδες 13)

4ο Θέμα

27188. Η Μαρία έχει έναν προσωπικό κωδικό πρόσβασης για το ηλεκτρονικό της ταχυδρομείο, τον οποίο επέλεξε τυχαία. Ο κωδικός αποτελείται από τέσσερις μονοψήφιους αριθμούς (τέσσερα ψηφία), σε τέσσερις αντίστοιχες θέσεις όπως παρακάτω:

Η Μαρία δε θυμάται το τελευταίο ψηφίο του προσωπικού κωδικού της.

α) Ποια είναι η πιθανότητα να πληκτρολογήσει σωστά τον προσωπικό της κωδικό, επιλέγοντας τυχαία το τελευταίο ψηφίο; (Μονάδες 8)

β) Επειδή δεν πληκτρολόγησε σωστά τον κωδικό της, αποφάσισε να τον αλλάξει. Ο νέος κωδικός θα έχει επίσης τέσσερα ψηφία σε τέσσερις θέσεις. Να αποδείξετε ότι υπάρχουν 10000 διαφορετικοί κωδικοί που μπορεί να δημιουργήσει η Μαρία. (Μονάδες 10)

γ) Για να αλλάξει τον κωδικό της επέλεξε τυχαία τον αριθμό κάθε θέσης. Ποια είναι η πιθανότητα στον προσωπικό κωδικό της να μην επαναλαμβάνεται κάποιος από τους αριθμούς; (Μονάδες 7)

27336. Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή έχει 13 φύλλα με τις παρακάτω ενδείξεις: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, βαλές (J), ντάμα (Q), ρήγας (K) και άσος (A).

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των συνδυασμών των 52 φύλλων ανά 4 είναι 270.725. (Μονάδες 9)

β) Από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα επιλέγουμε τυχαία τέσσερα φύλλα. Να βρείτε τις πιθανότητες να πάρουμε:

i. τέσσερα 10 (δεκάρια), (Μονάδες 8)

ii. Τέσσερα φύλλα με την ίδια ένδειξη. (Μονάδες 8)

27451. Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές και καταγράφουμε το αποτέλεσμα της ρίψης. Για παράδειγμα, ένα αποτέλεσμα του παραπάνω πειράματος θα μπορούσε να είναι της μορφής 34, που σημαίνει ότι η ένδειξη της 1^η ρίψης είναι 3 και της 2^{ης} είναι 4.

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: «Το γινόμενο των 2 ενδείξεων να είναι 6»

B: «Η ένδειξη στη 2^η ρίψη είναι μεγαλύτερη από την ένδειξη στην 1^η ρίψη»

Γ: «Το άθροισμα των 2 ενδείξεων να είναι 5»

α) i. Να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο για το παραπάνω πείραμα τύχης. (Μονάδες 04)

ii. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα A, B, Γ. (Μονάδες 06)

iii. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A∪Γ και B-Γ. (Μονάδες 06)

β) Μετά τη 2^η ρίψη, κάνουμε και 3^η ρίψη με το ίδιο ζάρι.

i. Πόσα είναι τα δυνατά αποτελέσματα στις 3 ρίψεις του ζαριού; (Μονάδες 04)

ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου, να έχουμε την ίδια ένδειξη και στις 3 ρίψεις. (Μονάδες 05)

32730. Ο σύλλογος γονέων και κηδεμόνων ενός σχολείου διοργανώνει λαχειοφόρο αγορά, με σκοπό τα έσοδα των λαχνών να διατεθούν για την αγορά εξοπλισμού του σχολείου. Οι αριθμοί των λαχνών είναι όλοι οι τετραψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται με τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5 και 6.

α) i. Να αποδείξετε ότι το πλήθος όλων των λαχνών είναι 1296. (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i. να κληρωθεί ένας λαχνός με τέσσερα ίδια ψηφία, (Μονάδες 8)

ii. να κληρωθεί ένας λαχνός με τέσσερα διαφορετικά ψηφία. (Μονάδες 8)

32733. Στον τελικό των 100 μέτρων ανδρών σε μια αθλητική διοργάνωση, προκρίθηκαν 8 αθλητές και θα διεκδικήσουν τα τρία μετάλλια: χρυσό, αργυρό και χάλκινο. Υποθέτουμε ότι κάθε αθλητής είναι εξίσου πιθανό να τερματίσει σε μία οποιαδήποτε θέση από την 1η έως την 8η.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η κατάταξη των 8 αθλητών μπορεί να προκύψει με 40320 τρόπους, (Μονάδες 7)

ii. η τριάδα των νικητών μπορεί να προκύψει με 336 τρόπους. (Μονάδες 6)

β) Από τους 8 αθλητές που θα πάρουν μέρος στον τελικό, ακριβώς 2 είναι Ευρωπαίοι.

i. Πόσες είναι οι δυνατές τριάδες που αποτελούνται από μη Ευρωπαίους αθλητές; (Μονάδες 6)

ii. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει μετάλλιο, Ευρωπαίος αθλητής; (Μονάδες 6)

32734. Θεωρούμε το πείραμα τύχης «ρίψη τριών συνηθισμένων ζαριών» με δειγματικό χώρο όλες τις διατεταγμένες τριάδες που σχηματίζονται με τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5 και 6.

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι 216. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων A, B και Γ :

i. A: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι τρεις ίσοι αριθμοί», (Μονάδες 6)

ii. B: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι τρεις διαφορετικοί αριθμοί», (Μονάδες 6)

iii. Γ: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι τουλάχιστον δύο ίδιοι αριθμοί». (Μονάδες 6)

32738. Ένα κουτί περιέχει 2 κόκκινες γραβάτες και 3 πράσινες γραβάτες, από τις οποίες ο Γιώργος για κάθε μέρα από τις επόμενες πέντε μέρες, θα παίρνει τυχαία μία γραβάτα να φορέσει.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω, όπου το αποτέλεσμα ΠΚΚΠΠ για παράδειγμα, σημαίνει ότι την πρώτη, την τέταρτη και την πέμπτη μέρα ο Γιώργος θα φορέσει πράσινη γραβάτα, ενώ τη δεύτερη και την τρίτη μέρα θα φορέσει κόκκινη γραβάτα. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων, ο Γιώργος:

i. να φορέσει πράσινη γραβάτα την πρώτη μέρα,

ii. να μη φορέσει πράσινη γραβάτα την πρώτη μέρα,

iii. να φορέσει κάθε μέρα, διαφορετικό χρώμα γραβάτας από την προηγούμενη μέρα.

(Μονάδες 18)